

Unit 2 命題與論證

授課教師：傅皓政 老師



【本著作除另有註明外，採取創用CC「姓名標示
—非商業性—相同方式分享」台灣3.0版授權釋出】

Unit 2 命題與論證

- 論證是由一群語句所形成的集合。
- 論證結構：論證是由前提與結論組成。

一個論證是由前提與結論所組成。何謂結論？就是我們要說服別人接受的結論或主張。比如約會時，對方問你為何遲到，你就會說：「我遲到是因為什麼什麼...。」遲到就是你主張的結論，說明遲到的合理性就是提供理由的前提。

Unit 2 命題與論證

- 結論是我們的主張或要證明的結果。
- 前提則是支持結論的理由。
- 連結前提與結論的語詞，如「因此」、「所以」等。

支持結論的理由稱為前提。當然理由有好的理由與不好的理由，如果說太陽從東邊出來，所以我遲到，這個理由顯然不會是好的理由。但是如果說因為塞車，所以我遲到，這似乎是一般比較能夠接受的理由。

Unit 2 命題與論證

- 關於論證的重要概念：
- (1) 出現在前提與結論的語句都是命題。
- (2) 論證的形式化。

爲什麼需要形式化？舉個例子來說，設想有個小學一年級的學生，你會怎麼教他理解「 $2+2=4$ 」呢？這位同學舉例：給他兩枝鉛筆，再給他兩枝，再算一算就知道等於四枝。這個想法會有麻煩，如果他忘記帶鉛筆，也就是缺少了鉛筆的輔助，他就不會計算了。這小學生在理解的層次上少了什麼呢？我們都知道在教他「 $2+2=4$ 」的時候，其實重點不在筆，筆只是個例子而已。爲了避免忘記帶的困擾，有人主張用手指頭，但即使用手指頭也會有麻煩，超過10就不會算了。所以，理解類似數學這樣的式子，重點不在筆，也不在手指頭，就像老師如果用瓶子當例子，重點也一樣不在瓶子。重點是計算的形式，那個form，要培養的是抽象能力。這就是在邏輯課中，爲何要引進符號，而不單單以日常語言的論證爲例，目的在於避免落入和小學生一樣的窘境，因此這就是形式化的重要性。

Unit 2 命題與論證

- 語句和命題的區別
- (1)語句：由符號組成的序列。
- (2)命題：符號序列的意義或內容。



語句是符號所排列的序列，但是符號是不是排列起來就有意義呢？不盡然。考慮「 $2+3=$ 」，你會毫不考慮回答「5」這個答案；接下來，想想「 $2^{-3}+$ 」，答案是？請注意這兩個式子所用的符號完全一樣，可是前者一看就懂，後者卻怎樣看都不了解，為什麼呢？差別就在符號的排列方式，也就是前者的排列方式符合四則運算的語法結構，符合我們對四則運算的語法思考，所以一看就懂。但是後者卻不符合四則運算的語法結構，所以我們無法理解這個式子表達的意義為何。從語法的觀點來看，我們可以說前者是四則運算的「語句」，後者則不符合語法，所以不是四則運算中的語句。因此，語句的要求不是只由符號組成就可以，同時必須符合語法結構。

命題：命題不單單在講排列，對於「 $2+3=$ 」，同學馬上便能答出「5」。對哲學家來說，難以理解的是在這個過程中，你抓到或者掌握到什麼？什麼叫做我懂這句話的意思？比如：在討論功課時，有些人對某則數學證明，講幾次都不懂。我小時候學習的經驗是這樣，我跟老師說：「老師，我怎樣都不懂。」講了幾次之後，老師跟我說：「你回去多看幾次就會懂了。」這背後有一個哲學預設，就是意義藏在符號裡，回家看久了就懂了，各位都有這樣的經驗吧，請問這件事是否對每個人都有效？事實上並非如此。哲學家想問：當我們說自己懂了，到底是懂了什麼？且我們懂的東西是從那裡來？我們是怎麼懂的？為何有些人怎樣都看不懂？這個哲學上的爭議在這門課程中不處理。在邏輯課程中，我們必須預設：大家所理解「2」的意思都一樣，所理解「+」的意思也一樣，所理解「3」的意思也一樣，甚至所理解「=」的意思也都一樣，所以最後大家都會寫出「5」這個答案，而「5」就是標準答案。基本上我們從來不去懷疑這個問題，「2」的意思就是這樣，彷彿不用特別解釋，我們好像能夠輕易地掌握符號的意義。可是為什麼對有些人來講很困難？這是對人類來說很難理解的一件事，當然預設它有客觀意義，從哲學的觀點來說是過於天真了，不過在這門邏輯課程中，暫且將它當作預設，擱置這個問題的爭議。事實上，並非所有哲學家都同意，就假設一種意義叫客觀意義，比如我說：今天是好天氣。我假設每一個人聽到的意義都一樣。但在日常生活中，也不見得會有客觀意義，例如，我們會常聽到這樣的對話：我就不是這個意思啊！你不要再誤解我了！你不要再扭曲我了！對吧？而且對方會說：你明明就是這個意思。也就是大家對於理解到什麼意義，其實是很有爭議的。不過，在這門課程中，為了避免爭議，我們就預設有客觀意義。

基本在初階邏輯中，經常會遇到這樣的爭議，我們所採取的立場，有一派哲學家會說這叫命題邏輯(proposition logic)，就是我們承認有命題這東西，另外有一派哲學家就不承認有客觀意義，因此他們堅持我們所學非命題邏輯，而是些關於語法的東西，叫語句邏輯。不過這兩者講的內容是一樣的。

Unit 2 命題與論證

- 不同的語句可以用來表達同一個命題。

現在正在下雨。

It is raining.

Es regnet.

&%@!!Z\$#?

語句與命題關係是：「這樣不同的語句可以用來表達同一個命題。」這裡有三個語句，符號均不同，但要表達的內容完全一樣。所以不同的語句能用以表達同樣的命題。比如在做翻譯時，多少都預設A句一定可以翻成B句，如「現在正在下雨。」、「It is raining.」。通常翻譯能夠成功一定是預設兩句話的意義或內容是完全相同的，才可能進行翻譯。所以不同的語句可以用來表達同一個命題。

另外，請問「&%@!!Z\$#?」這句話是什麼意思？現在正在下雨。符號可以任意，但是必須要提供語法規則。根據前述的要求，至少要提供語法規則，才能讓我們掌握語句表達的形式。

Unit 2 命題與論證

- 相同的語句可以表達不同的命題。

明天會下雨。

先借我5000元，我明天還給你。

如果我說「明天會下雨。」，今天是9月26號，是9月27號會下雨。如果我是9月27號說：「明天會下雨。」是9月28號會下雨。因此在不同的日子說，它所表達的內容是不同的，所指的天是不一樣的。因此雖然是同樣的命題，卻可以指涉不同的意義。比如我跟這位同學說：「你好壞喔。」旁邊這位同學會不會跳出來說：「老師你罵我！」不會，因為他知道我說這句話的意思是在講這位同學。若我走過來指著他說：「你很壞。」現在所指的是旁邊這位同學。因此雖然我用同一句話，對他講跟對他講，內容意義完全不一樣，因為所指的不一樣，通常我們把這樣的語詞稱為indexical term，就是說它跟當時context所要指的東西是有關的，看在脈絡中要指的是什麼，就像「我很餓。」這句話他講、他講、他講都不一樣。

如果有人跟你說：「先借我5000元，我明天還給你。」上過這門課後，絕對不能借，因為tomorrow never comes。這就是把 term 當成明天的專有名詞，然後明日復明日。不過這裡還有更重要的問題是，另外還有一些indexical term：我、你。這也是哲學上重大的問題，我們一般稱為personal identity的問題，一般翻譯為人格同異性，何謂personal identity？各位告訴我：是否有把握上禮拜上課的老師跟這禮拜上課的老師是同一個。這位同學說：能，因為一樣有趣。各位想想看，若二十年後走進這教室，竟然沒有發現傅老師，我已垂垂老矣，還能不能認出傅老師？各位同學如何確定今天的我跟二十年後的傅老師是同一個？各位可以了解，「我們怎麼確定是同一個人」這問題很重要，因為唯有確定是同一人，我們才能叫他負責任。假設有一個人人格分裂，白天叫Mary，晚上叫Jenny，假設這兩人從未相遇過，這個人身上有兩個人格。如果Jenny犯法了，受審的是Mary，請問Mary要不要負責任？不用吧，因為是Jenny犯的法。因此人格這件事對我們是很重要的，當然以今日醫學之發達，若我們做出十個傅老師出來，請問每一個人是否都應有不同的人格，還是可以是同一人呢？應該不行吧，但是這十個不同的人，以外在的特徵，例如指紋、DNA等卻無法做出判斷。不過，雖然這個問題對哲學家是重要的研究議題，不過這些爭議在這門課程並不會提到，我們只是擱置問題，並非沒有問題。

Unit 2 命題與論證

- 並非所有有意義的語句都是命題。
- (1)問句：你今天會去上課嗎？
- (2)祈使句：去開門。
- 如何判斷某個語句是否為命題呢？

什麼樣語句可以作為當作前提或結論？答案是命題。比如這問句不能拿來當理由或前提，同學問了我一個問題：「老師很帥嗎？」他要主張一個結論就是：老師很帥。那我們要替這個主張提供一個理由，如果他問我說：「為什麼老師很帥？」是不是需要理由，比如同學說：「因為老師DNA很好。」或者：「太多了」、「因為老師身上有一股帥的氣息。」如果同學再問：「為什麼老師很帥？」我說：「你說呢？」請問我的話能否當理由？剛剛三位同學都用肯定句，可是我用問句，問句能否當理由？不行嘛，如果別人問你什麼都用「你說呢？」、「你覺得呢？」，大家一定都會生氣，因為他不足以當理由。有同樣情況的是祈使句，比如同學問我：「老師，為什麼你中午要吃排骨飯？」我就說：「去買便當。」這就牛頭不對馬嘴，應該給一個理由。那問題就來了，要如何判斷一個語句是否為命題？能否當作理由，或能不能出現在論證中呢？

Unit 2 命題與論證

- 命題是指有真假值的語句。
- 一個簡單的測試方式：對任一語句“S”而言，如果問句「“S”為真嗎？」是能夠回答的，那麼語句“S”就可以被視為命題。
- 一般而言，什麼樣的語句會是命題呢？其實就是直述句(declarative sentence)。

基本判斷方式就是：命題是指有真假值的語句。可以回答這句話是真的還假的，這就叫命題。第一個要求就是它必須是完整的句子。何謂完整的句子？請這位同學問我：「為什麼冷氣不能調強一點？」老師：「我...我...我...」請問各位他現在心裡在想什麼？是不是等後面是什麼東西對不對，意思就說若只回答「我...」或「你」，這不是一個完整的句子，完整的句子是「我不知道」、「我試試看」，若我的回答只有一半，只有「我」，那不叫完整的句子。還有一種是我問說：「鑽石是真的嗎？」跟這裡講的情況不一樣，我們要說的是 truth value，而「鑽石是真的嗎？」在問的是 real/fake，各位要記得我們這問的是 true or false，如果他可以回答，他就是命題，比如說：老師很帥。真還假？不管真或假，重點是它有真假值。比如：老師是男人為真，老師是女人為假，只要有真假值就是命題。

因此我們現在有一個基本概念就是：凡是出現在整個論證的一定是命題，而這個命題就是所謂的直述句，重點一定要是個 complete sentence。

Unit 2 命題與論證

- 邏輯研究的對象：論證形式而非個別的論證。

(1) 蘇格拉底是人 (2) 蘇格拉底會死
所有的人都會死 所有的人都會死
所以，蘇格拉底會死 所以，蘇格拉底是人

接下來要討論的是論證要研究的對象。蘇格拉底喜歡跟人講話，講完找出反例，比如他問說：「跟人借東西是不是一定要還？」比如你跟朋友借了一把刀，他在家中跟妻子大吵，他衝過來說：「刀還我，我非把她砍了不可！」從正義的概念來看，這時候是否該還給他？你會覺得此時的正義/對的事似乎是不要還，所以借東西一定要還這件是似乎不是不總是對的/不總是符合正義原則。關於這個故事，可以參考柏拉圖的對話錄*Republic*。

根據各位在上一堂課的說法，左邊(1)是有道理的論證，右邊(2)則是沒有道理的。現在進一步來看它們的論證形式。

Unit 2 命題與論證

- 從演繹論證的觀點看：
- 正確的推論：從前提可以推導得到結論，或者說在接受前提的情況下，一定會接受結論。
- 不正確的推論：從前提無法推導得到結論，或者說即使接受前提的情況下，也不一定會接受結論。

從演繹觀點來看，你為何認為論證(1)有道理？你的意思就是說：它是一個正確的推論形式(correct reasoning)，它具有這樣的特點：可以從前提推導得到結論。也就是在接受前提的情況下，一定會接受結論。論證(2)是不正確的推論(incorrect reasoning)，意思就是從前提無法推導得到結論，也就是即使接受前提的情況下，也不一定會接受結論。比如說：「老師你為什麼遲到？」我說：「因為太陽從東邊出來。」這並非一個正確的推論形式，即使接受太陽從東邊出來，也不一定要接受我遲到是合理的，若我們換個理由：「因為今天塞車很嚴重。」這應該就能接受。

Unit 2 命題與論證

- 比較下列兩個論證：論證形式相同，因此如果(1)是正確推論，(1a)也是正確推論。

(1) 蘇格拉底是人 (1a) 傅皓政是老師
所有的人都會死 所有的老師都是人
所以，蘇格拉底會死 所以，傅皓政是人

剛剛講了(1)是一個正確的論證，那(1a)也是個正確的論證，怎麼說呢？因為這兩個論證形式一樣，只是用不同的語辭去替換，我用傅皓政把蘇格拉底替換掉，我用老師把人替換掉，會死的替換成人。

Unit 2 命題與論證

- 同樣地，由於論證(2)和(2a)的論證形式相同，因此如果(2)是不正確的推論，(2a)也是不正確的推論。

(2) 蘇格拉底會死 (2a) 傅皓政是人
 所有的人都會死 所有的老師都是人
所以，蘇格拉底是人 所以，傅皓政是老師

如果說這推論是不正確的。(2a)形式跟(2)一樣，(2)這個推論顯然大有問題，兩者推論形式一樣，有問題的地方也一樣，第一個不成立，第二個也必然不成立，重要的不在於填入的語詞，重要的在於它的argument form是否正確，只要能建立一個正確的推論，就可以自己帶入。

Unit 2 命題與論證

- 論證 (1)和(1a)的論證形式。

(AF1)

S 是 M

所有的 M 都是 P

所以，S 是 P

所以我把正確的形式寫出來，如投影片，只要這樣都是正確的推論。同學說：「所有戴眼鏡都是男生，男生都很勇敢，所以，所有帶眼鏡的都很勇敢。」這是一個正確的推論，可是一定覺得怪，前提大有問題，因不只男生戴眼鏡。因此各位記得，正確的推論我們通常叫有效論證，不正確的推論形式叫無效論證。問題來了，有效論證的前提不一定要是真的，這位同學講的是有效論證或是正確的推論，可是前提卻不為真。所以前提不為真，不代表論證是無效的。只要符合有效論證的形式，都是有效論證的個例，有效論證並不保證出現在論證中的前提都為真。

Unit 2 命題與論證

- 論證 (2)和(2a)的論證形式。

(AF2)

S 是 M

所有的 P 都是 M

所以，S 是 P

如果符合這形式，都是無效論證，或是不正確的推論。同學說：我是人，所有臺大學生都是人，所以，我是臺大學生。這三句話都是真，但不是有效論證，也就是前提都是真的，結論是真的，也不見得是有效論證；反之，前提是假的，或結論是假的，也不代表它是無效論證。

請問有效論證前提是假的，這論證有什麼用？我們通常會覺得，如果我問你理由，你要提供的理由是要真話。各位要知道，有效論證/正確推論與無效論證/不正確推論並不保證前提的真假，所以爲了這件事，邏輯學家特別給了一個規定：若它是一有效論證，且前提爲真，其結論就會一定是真。這種論證稱Sound Argument。Sound Argument的意思就是：不僅是有效論證，且保證前提爲真。

Unit 2 命題與論證

(3) 如果今天下雨，則馬路會是濕的。
今天下雨了。

所以，馬路會是濕的。

(3a) 如果人類能夠生存在地球上，則地球上會有氧氣。

人類能夠生存在地球上。

所以，地球上會有氧氣。

人類生存是地球上會有氧氣的充分條件，也就是從有人類生存在地球上，可以得到地球必然有氧氣的結果。反過來說，地球有氧氣不是人類生存的充分條件，僅是必要條件，也就是說一旦地球上沒有氧氣，人類就無法生存其間了。

Unit 2 命題與論證

(4) 如果今天下雨，則馬路會是濕的。

馬路會是濕的。

所以，今天下雨了。

(4a) 如果人類能夠生存在地球上，則地球上會有氧氣。

地球上會有氧氣。

所以，人類能夠生存在地球上。



如果出門，看到馬路是濕的，會不會馬上推論出今天下雨了？因為馬路會濕可能有很多原因，比如有人澆花、灑水車經過、消防隊救火等等，不見得有很多因素，即使我知道馬路是濕的，也不見得能推論出今天下雨了。

(4a)顯然也說不通，我記得我在年輕的時候，有個朋友，他的女朋友就說：「如果你很愛我的話，那就買鑽戒送給我。」我的朋友就買了顆鑽戒送給他女友，他說：「你看，我真的買了，可見我真的很愛你。」女生就說：「並沒有，你沒上過邏輯課啊？」男生大惑不解。請問這女生說法合理嗎？從邏輯觀點看很合理。

(4a)不能這樣推論，因為有氧氣不見得會有人類生存。有人類能肯定有氧氣，但有氧氣不見得一定有人類。

Unit 2 命題與論證

- 論證 (3)和(3a)的論證形式。

(AF3)

如果 P ， 則 Q

P

所以， Q

「如果 P ， 則 Q」，P稱為Q的充分條件，Q稱為P的必要條件。請問充分條件的意思為何？其特點？就是若P成立，Q就一定會成立，這叫「P稱為Q的充分條件」；那什麼叫必要條件？其重點就是，若Q不成立，P就不成立，這叫「Q稱為P的必要條件」。所以我朋友的女朋友的意思是這樣：如果你很愛我的話，那你就買顆鑽戒給我。這女生接下來不會一直叫他去買鑽戒，會搖著他的手說：「你一定很愛我，對不對？」，男生一定會說：「對」。如果他愛女友這件事成立，自然而然就要推論出買鑽戒這件事，這叫充分條件。也就是只要愛她這件事成立了，後面這件事一定要發生，這是他女友的意思。如果這個男的不買鑽戒給他，女生就會說：「你一點都不愛我。」這叫必要條件。

提供口訣，充分條件是前面成立，後面一定要成立，可以這樣想：「有則必然」。必要條件是「無則不然」，後面不成立，前面就不成立。若是充分必要條件，就是P和Q會同時成立，或者是同時不成立。

Unit 2 命題與論證

- 論證 (4)和(4a)的論證形式。

(AF4)

如果 P ， 則 Q

Q

所以， P

(4a)是個無效的論證形式，就是那女朋友說的：「如果你愛我，就買鑽戒給我。」男生興沖沖的買了鑽戒給他，想要證明他愛她，沒有發現這是無效的論證形式，所以是白費力氣。因此各位男生，要確定的是「你很愛她」這件事，因為你很愛她，那後面那件事自然而然就會發生了。男生也好，女生也好，當送東西給對方時，不要企圖用這個證明你很愛對方，因為這不過是你愛他的邏輯結果(logical consequence)而已。並不是用買東西來證明愛他，因為買禮物送他只是愛他的邏輯結果而已，並非用買東西來證明我愛你，想要這樣做的人一定會失敗，因為這是無效的證明形式。

當然，有人把可以將充分條件和必要條件倒過來，形成有效的論證形式。他認為重要的不在於他愛對方，因此他會用(AF3)的論證形式說：如果我送你什麼，那就是證明我愛你。所以我才要送你什麼什麼，所以我很愛你。我是用送東西來證明我愛你，然而這樣的想法通常是比較不受歡迎的。

Unit 2 命題與論證

- 兩種論證結構的差異。
- (AF1)和(AF2)是以語詞(terms)為單位的論證結構。
- (AF3)和(AF4)則是以命題(propositions)為單位的論證結構。

第一種邏輯系統我們通常稱為語詞邏輯(term logic)。
第二種邏輯系統則稱為命題邏輯(propositional logic)。
值得注意的是，某個論證是否為有效論證，其實與採取那一種邏輯系統形式化是有關係的。

Unit 2 命題與論證

- 以論證(1)為例，如果以語詞為單位，該論證結構顯然是正確的推論形式；但是，如果以命題為單位，則該論證結構是不正確的推論形式。

- (AF1)
$$\begin{array}{c} P \\ Q \\ \hline \text{所以, } R \end{array}$$

是否為一有效論證，與用那一種邏輯系統看它是有關係的。例如論證(1)在命題邏輯中是無效論證，但是在語詞邏輯中則是有效論證。所以，採取不同的邏輯系統會影響論證是否有效。

Unit 2 命題與論證

- 本課程將由介紹以命題為單位的邏輯系統開始，一般稱為命題邏輯 (propositional logic)。
- 在熟悉如何以命題邏輯系統處理推論之後，再學習建構處理能力更強的述詞邏輯 (predicate logic)。

本課程由命題邏輯開始，用命題做為單位的邏輯系統，述詞邏輯在期中考後處理。命題邏輯的能力其實很有限，述詞則進一步分析語句為主詞+述詞 (subject+predicate) 的結構，處理能力較強。在述詞邏輯中，如何判斷傅老師是男人這句話為真呢？主詞是傅老師，是男人是一個性質，若傅老師滿足是男人這性質，那這句話便為真。