

國立台灣大學
土木工程學系
結構耐震設計導論
構架設計課程(五)

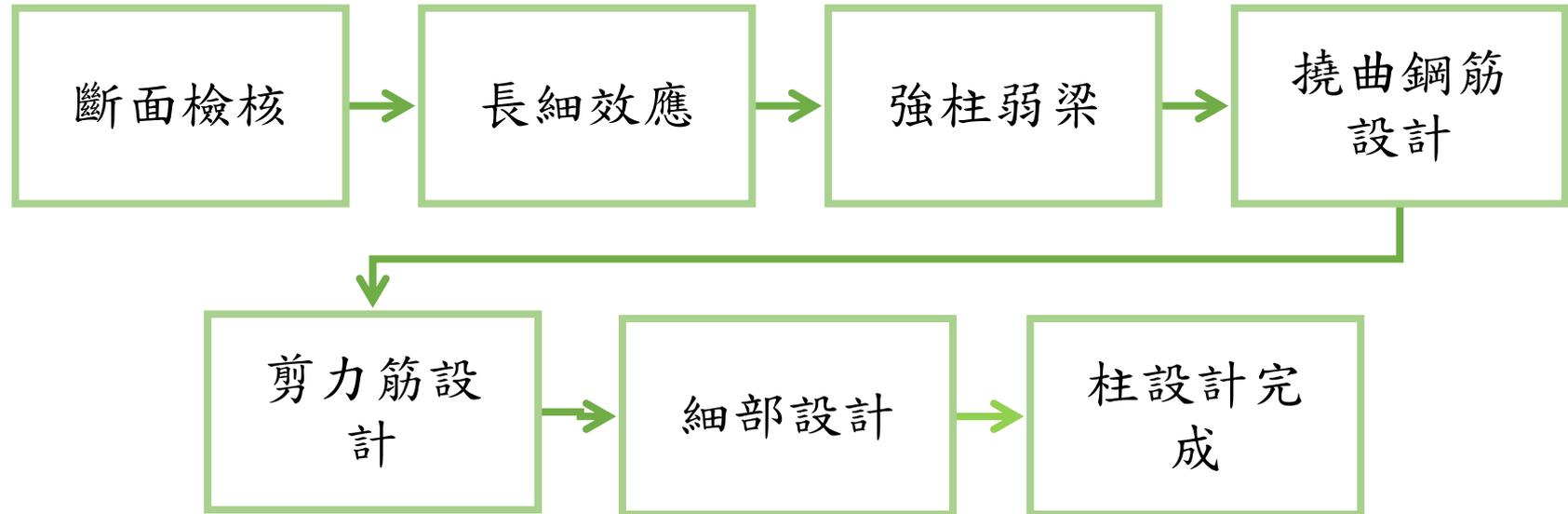
門形構架設計—柱設計

鍾立來、王勝宣、賴昱志
林致寬、賴濤、林毅恩



【本著作除另有註明外，採取創用CC「姓名標示—非商業性—相同方式分享」臺灣3.0版授權釋出】

柱設計流程

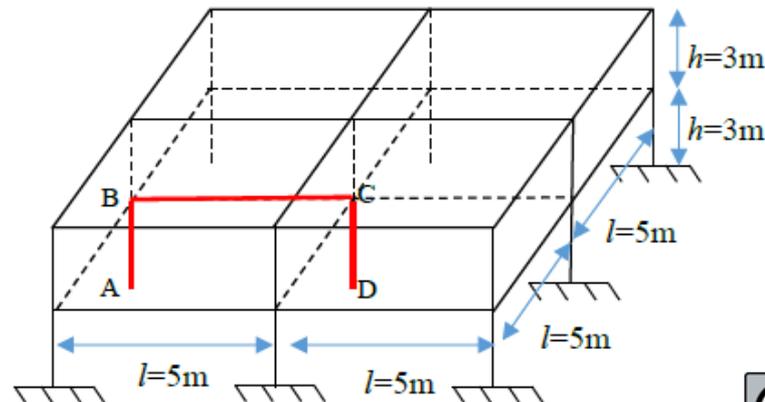


斷面檢核

- 以門形構架AB柱為設計示範例
- 已知柱斷面 35cm x 35cm，材料性質等皆與梁相同
 - (1) 根據RC規範15.5.1節，需先檢核柱子所受軸壓載重是否超過若超過 $0.1f_c' A_g$ 必須視為承受撓曲與軸向載重之桿件

已知AB柱之 $P_{u,AB} = 22.79 \text{ tf} < 0.1 f_c' A_g = 34.3 \text{ tf}$
CD柱之 $P_{u,AB} = 44.92 \text{ tf} > 0.1 f_c' A_g = 34.3 \text{ tf}$

此處兩桿件皆視為承受撓曲與軸向載重之桿件

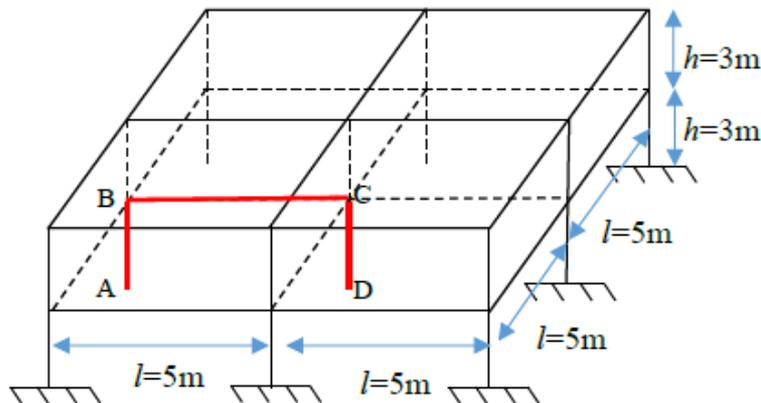


梁：25cm x 45cm
柱：35cm x 35cm
版厚：15cm



斷面檢核

- 已知柱斷面 $35\text{cm} \times 35\text{cm}$ ，材料性質等接與梁相同
 - (2) 根據RC規範15.5.1.1節，柱斷面之最小尺寸不得小於30公分 (OK)
 - (3) 根據RC規範15.5.1.2節，斷面最小尺度與其垂直尺度之比值不得小於0.4 (OK)



梁：25cm×45cm

柱：35cm×35cm

版厚：15cm

長細效應

- 柱之軸壓力是影響柱行為的關鍵因素，若柱端產生過大之側位移，則柱端軸壓力所形成之力偶便無法忽略，必須放大一階彈性分析所得之柱端彎矩，因此首先須檢核柱端之側移是否過大，再計算柱之長細比，才能決定是否考慮此柱之長細效應。

(1) 樓層穩定指數 Q ，檢查樓層為「無側移」，或「有側移」

(2) 計算長細比，檢查是否要考慮長細效應

長細效應

- 樓層穩定指數 Q ，若 $Q > 0.05$ ，則該樓層判斷為有側移

$$Q = \frac{\sum P_u \times \Delta_o}{V_{us} l_c}$$

其中，

$\sum P_u$ 為樓層之設計總垂直力

V_{us} 為樓層之設計總剪力，即 $V_{us} = V_{u,AB} + V_{u,CD}$

Δ_o 為樓層相對變位， l_c 為柱之全長

根據RC規範3.12.1節，計算 Δ_o 時需考慮桿件之開裂，即梁慣性矩取 $0.35I_b$ 、柱慣性矩取 $0.70I_c$ ，再以一階彈性分析計算 Δ_o 。

但RC規範3.12.4節之解說，明確說明可直接以工作載重(service load)所造成的側位移再乘上1.43得 Δ_o 。

長細效應

- 樓層穩定指數 Q ，若 $Q > 0.05$ ，則該樓層判斷為有側移

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\sum P_u \times \Delta_o}{V_{us} l_c} \\ &= \frac{59.76 \times 2.67 \times 10^{-3}}{10.66 \times 3} \\ &= 0.00499 < 0.05 \end{aligned}$$

可知柱AB、柱CD可視為無側移

長細效應

- 根據RC規範3.13.1節，無側移構架之受壓桿件，其有效長度因數 k 可直接取1.0；柱AB之迴轉半徑為 r 為：

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{125052.08}{1225}} = 10.10 \text{ (cm)} = 0.101 \text{ (m)}$$

- 柱AB之無支撐長度 l_u 為2.55(m)，即為樓高3m扣除梁深，故其長細比 R 為：

$$R = \frac{kl_u}{r} = \frac{1.0 \times (3 - 0.45)}{0.101} = 25.25$$

長細效應

- 根據RC規範3.13.2節，若受壓桿件之長細比 R 滿足下式，則可不計長細效應：

$$R \leq 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} \quad (1.90)$$

其中：

- (1) M_1 為柱端設計彎矩之小值、 M_2 為柱端設計彎矩之大值
- (2) M_1 、 M_2 皆取其值、不取其正負號
- (3) $M_1/M_2 > 0$ for 單曲率、 $M_1/M_2 < 0$ for 雙曲率

長細效應

表1-9 各載重組合作用下之柱彎矩 M_u (tf-m)

載重組合	A端	B端	C端	D端
$U1=1.4D$	1.85	-3.71	-3.71	1.85
$U2=1.2D+1.6L$	2.3	-4.62	-4.62	2.3
$U3=1.2D+L+E$	-7.21	2.68	-10.84	11.32
$U4=1.2D+L-E$	11.32	-10.84	2.68	-7.21
$U5=0.9D+E$	-8.05	4.51	-9.15	10.43
$U6=0.9D-E$	10.43	-9.15	4.51	-8.05

- 由表1-9可知不論何種載重組合，柱端彎矩皆為同向，亦即均成雙曲率變形，故柱AB、CD之長細比必滿足式(1.90)，長細效應可忽略，可直接以設計彎矩 M_u 、設計剪力 V_u 、設計軸力 P_u 來設計。

強柱弱梁

- 所謂強柱弱梁即是希望當梁端產生塑鉸時，柱端依然沒有產生塑鉸，因為若柱端產生塑鉸則結構物很容易達到破壞機構 (failure mechanism)。根據RC規範15.5.2.2節，柱之計算彎矩強度應滿足下式，方能稱為強柱弱梁：

$$\sum M_{nc} \geq \frac{6}{5} \sum M_{nb} \quad (1.91)$$

其中

$\sum M_{nc}$ 為連接於接頭之各柱計算彎矩和
 $\sum M_{nb}$ 為連接於接頭之各梁計算彎矩和

強柱弱梁

- 考慮AB柱以及BC梁，已知其接頭為B點，根據先前梁設計所求得的B處梁端計算彎矩強度 $M_{nb,B}$ ：

$$M_{nb,B} = 11.84 / 0.9 = 13.16 \text{ (tf-m)} \quad (1.92)$$

由於構架ABCD中僅BC一梁，故式(1.92)中之 $\sum M_{nb}$ 即上式之13.16 (tf-m)，因此AB柱B端之計算彎矩強度 $M_{nc,B}$ 應滿足下式：

$$M_{nc,B} \geq \frac{6}{5} \times 13.16 = 15.79 \text{ (tf-m)} \quad (1.93)$$

故取 $M_{nc,B}$ 為 15.79 (tf-m) 做為後續設計考量

撓曲鋼筋設計

- 柱撓曲強度受到軸力影響
- 拉力控制、壓力控制、過渡斷面使用不同強度折減係數
- 箍筋、螺筋

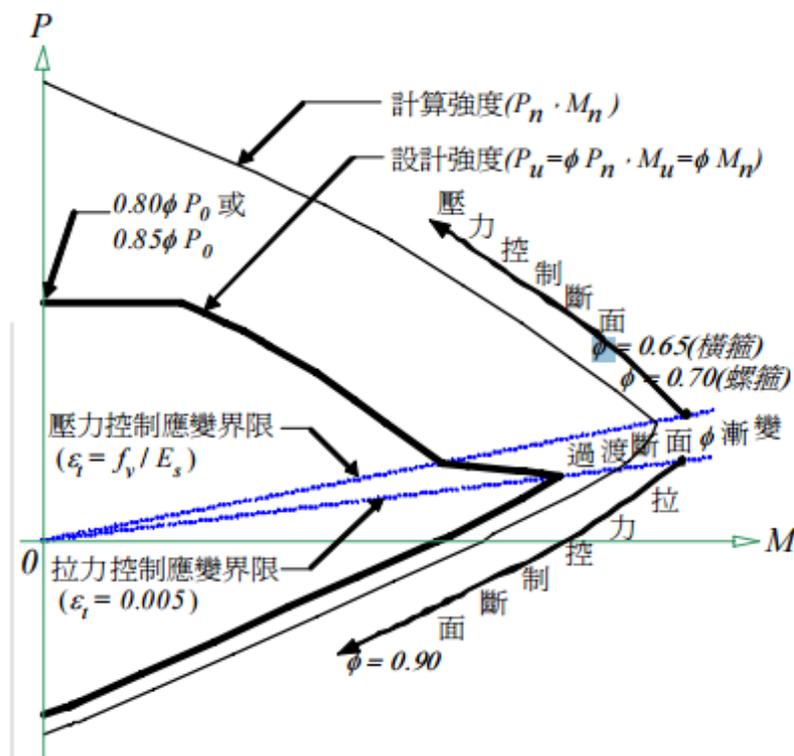


圖1-38 柱軸力彎矩互制曲線(圖片來源：混凝土結構設計規範)

撓曲鋼筋設計

- 由於目前只考慮平面之門形構架ABCD，故可考慮為單軸彎矩設計，並將設計分為AB柱、CD柱。此處以AB柱為例：
- 考慮軸力最大、軸力最小、彎矩最大之載重組合
- 保守假設拉力斷面控制：

$$M_{u,B} = \phi M_{nc,B} = (0.9)(15.79) = 14.211 \text{ tf-m}$$

表1-14 柱AB設計之載重組合

載重組合	$N_{u,AB}(\text{tf})$	$M_{u,A}(\text{tf-m})$	$M_{u,B}(\text{tf-m})$
U4(軸力最大)	-22.79	11.32	-10.84
U5(軸力最小)	-9.11	-8.05	4.51
U4(彎矩最大)	-22.79	11.32	-10.84
強柱弱梁(軸力最小)	-22.79	-	14.211
強柱弱梁(軸力最大)	-9.11	-	14.211

撓曲鋼筋設計

- 404-100 「混凝土工程設計規範之應用(下冊)」附錄A之「設計輔助圖表—柱軸力與彎矩設計強度關係圖」

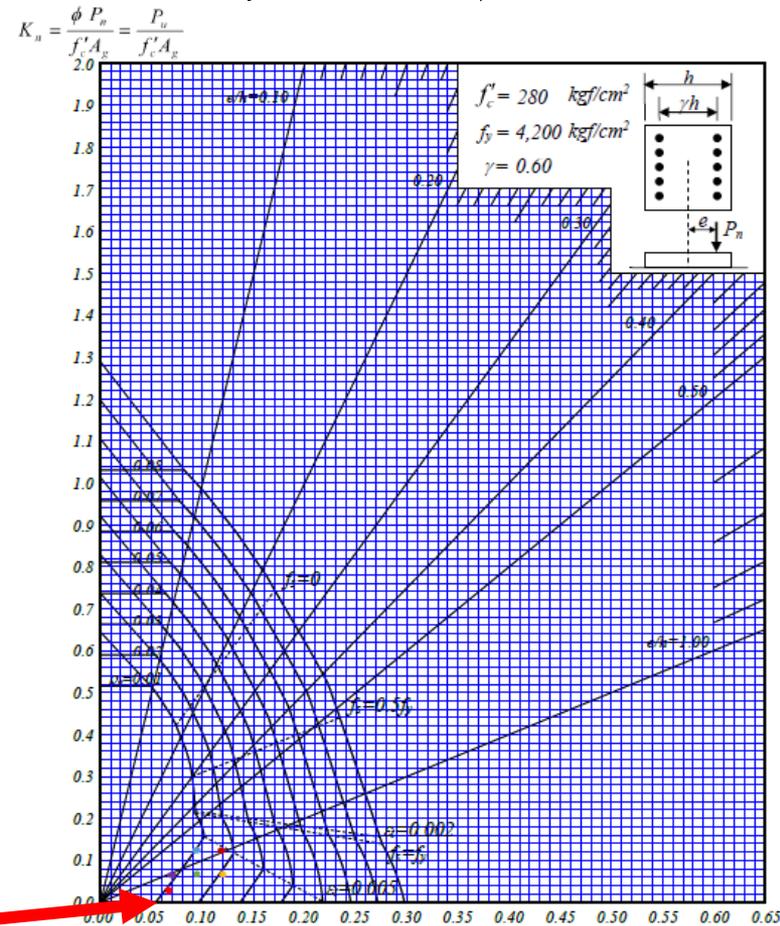
- 求出 γ
- 將 P_u 、 M_u 轉成 K_n 、 R_n

$$K_n = \frac{|P_u|}{f'_c A_g} = \frac{22790}{280 \times 1225} = 0.067$$

$$R_n = \frac{|M_u|}{f'_c A_g h} = \frac{11.32 \times 10^5}{280 \times 1225 \times 35} = 0.094$$

$$\gamma = \frac{h - 2d'}{h} = 0.629 \approx 0.6$$

點在圖上，內插求出鋼筋比



撓曲鋼筋設計

- 選用鋼筋比 2.1% 做為設計

401-100 混凝土結構設計規範
15.5.3.1 縱向鋼筋比 1% ~ 6% (OK)

- 拉力筋與壓力筋需求量為 $\frac{2.1\%}{2} \times 35^2 = 12.87 \text{ cm}^2$

因此兩側各採用 4-D22 做為撓曲鋼筋設計

- 間距檢核

$$s_c = \frac{35 - 2 \times 4 - 2 \times 1.27 - 2.22}{3} = 7.41 \text{ (cm)}$$

$$s_c \leq \min \left(38 \left(\frac{2800}{f_s} \right) - 2.5c_c, 30 \left(\frac{2800}{f_s} \right) \right) = 25.62 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{OK}$$

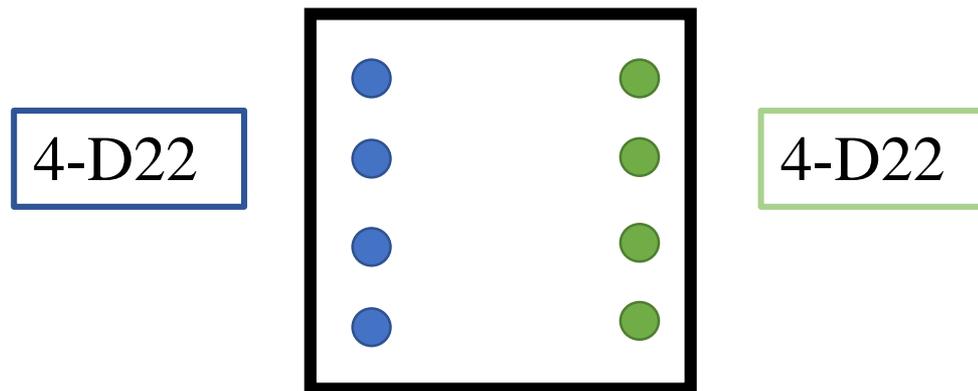
撓曲鋼筋設計

- 淨間距檢核

$$s_n = 7.41 - 2.22 = 5.19 \text{ (cm)}$$

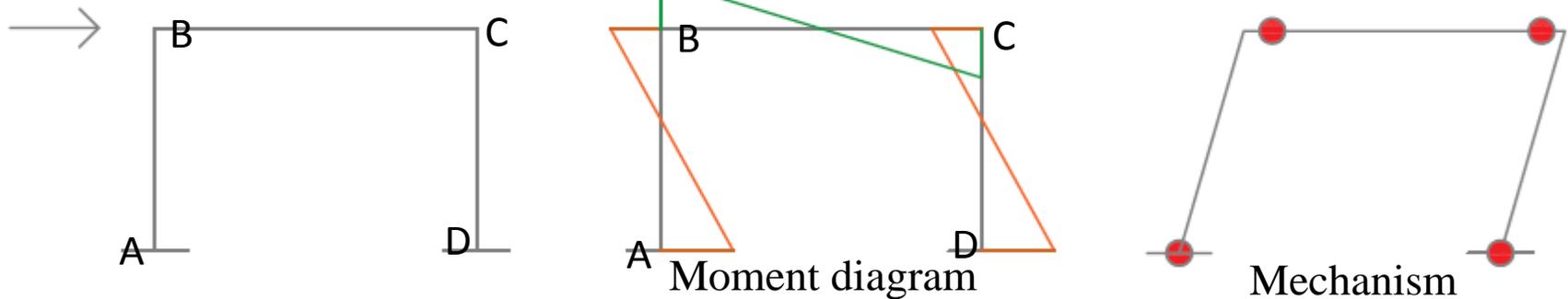
$$s_n \geq \max(1.5d_b, 1.33 \text{ 粒料最大尺寸}, 4 \text{ cm}) = 4 \text{ (cm)} \Rightarrow \text{OK}$$

其中混凝土粒料最大尺寸為1.9 (cm)



剪力筋設計

- 考慮柱在各個載重組合下最大 V_u 7.36 tf
- 韌性設計：保證撓曲強度能發揮而不產生剪力破壞



$$M_{u,beam} \longrightarrow M_{pr,beam}$$

$$M_{e,column,B} = \frac{M_{pr,beam}}{M_{u,beam}} \times M_{u,column,B}$$

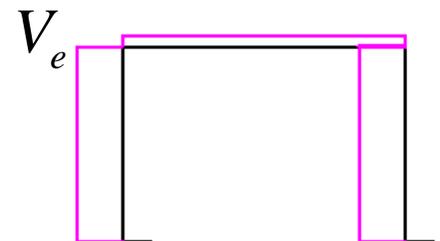
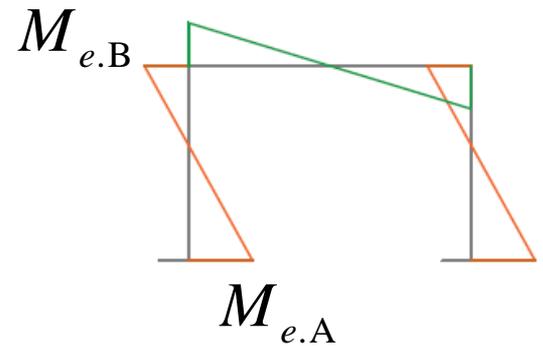
剪力筋設計

- 放大每個樓層柱彎矩
 - 求得剪力
 - 確保足夠剪力強度使撓曲強度得以發揮
- 一樓柱底撓曲塑鉸

$$M_{e,B} = \frac{M_{pr,beam}}{M_{u,beam}} \times M_{u,column,B}$$

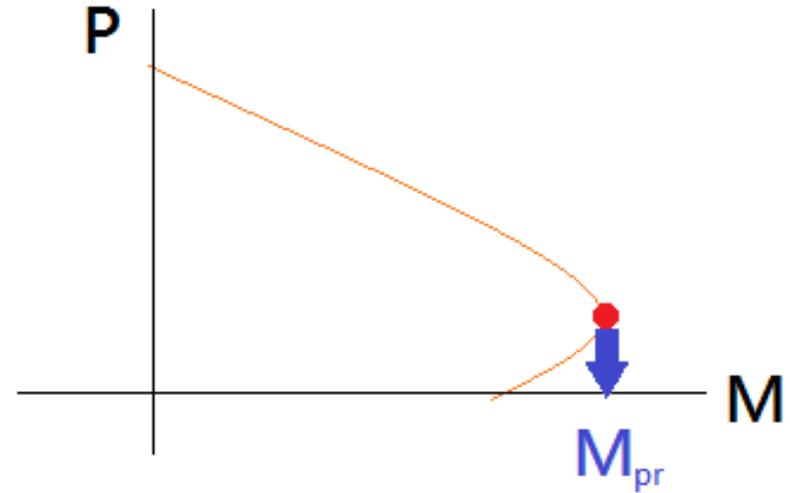
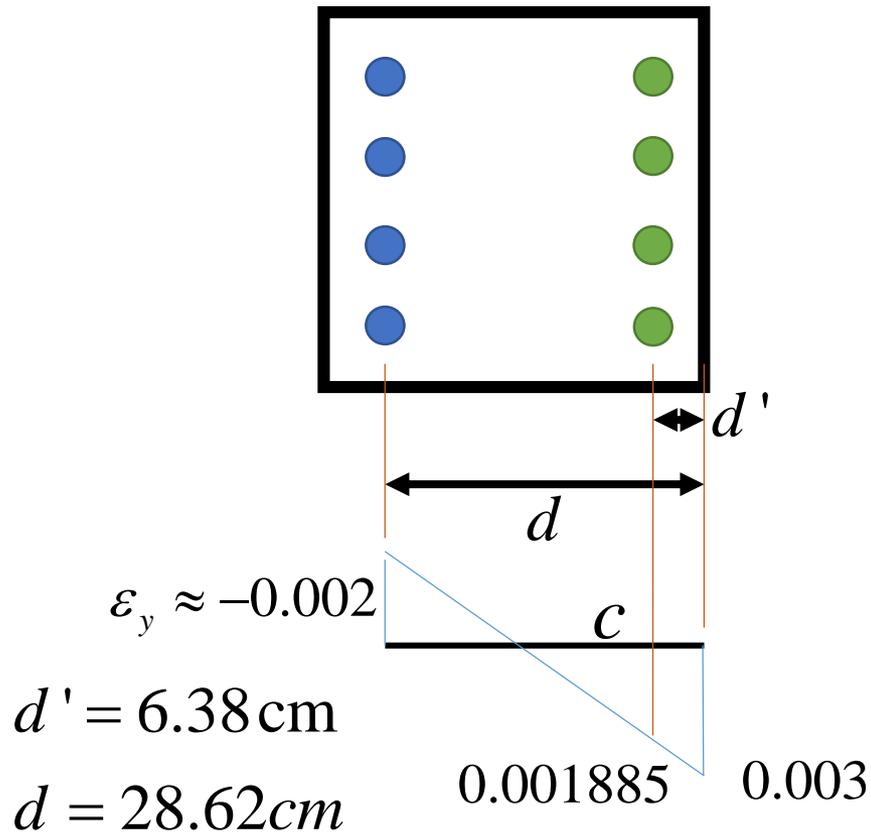
$$M_{e,A} = M_{pr,column}$$

$$V_e = \frac{M_{e,A} + M_{e,B}}{\ell_n}$$



剪力筋設計

- 梁端 M_{pr} : 16.30 tf-m
- 柱端 M_{pr} : 保守取 P-M curve 平衡點計算



$$c = 17.17 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 c = 0.85 \times 17.17 = 14.59 \text{ cm}$$

剪力筋設計

柱端 M_{pr} ：保守取P-M curve平衡點計算

- 拉力筋

$$T = 1.25 A_s f_y = 1.25(3.87 \times 4)(4200) = 81270 \text{kgf}$$

- 壓力筋

$$\varepsilon'_s = 0.001885 \Rightarrow f'_s = 3845 \text{kgf} / \text{cm}^2$$

$$C_s = A_s (f'_s - 0.85 f'_c)$$

$$= (4 \times 3.87)(3845 - 0.85 \times 280)$$

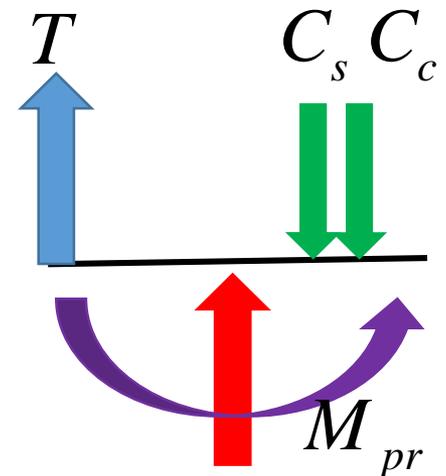
$$= 55836 \text{kgf}$$

- 混凝土壓力

$$C_c = 0.85 f'_c b a$$

$$= 0.85 \times 280 \times 35 \times 14.59$$

$$= 121535 \text{kgf}$$

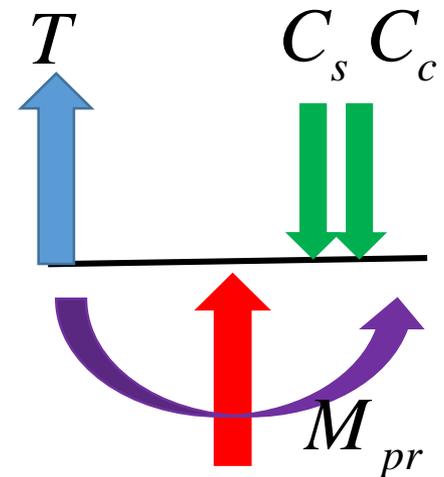


剪力筋設計

柱端 M_{pr} ：保守取P-M curve平衡點計算

- 對塑性中心取彎矩平衡，求得 $M_{pr,column}$

$$\begin{aligned}M_{pr,column} &= C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + T \left(d - \frac{h}{2} \right) \\ &= 27.65 \text{ tf} - m = M_{e,A}\end{aligned}$$



剪力筋設計

求B點柱端放大後的彎矩

- 由於梁柱接點B僅有一根梁和一根柱，為方便手算不考慮剛性接頭，故B端的柱彎矩同梁B端的彎矩

$$M_{e,B} = \frac{M_{pr,beam}}{M_{u,beam}} \times M_{u,column,B} = M_{pr,beam}$$

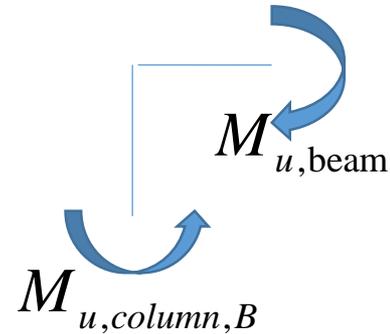
- 實際上，對於一般梁柱接頭，應該考慮不同載重組合下的 M_u

剪力筋設計

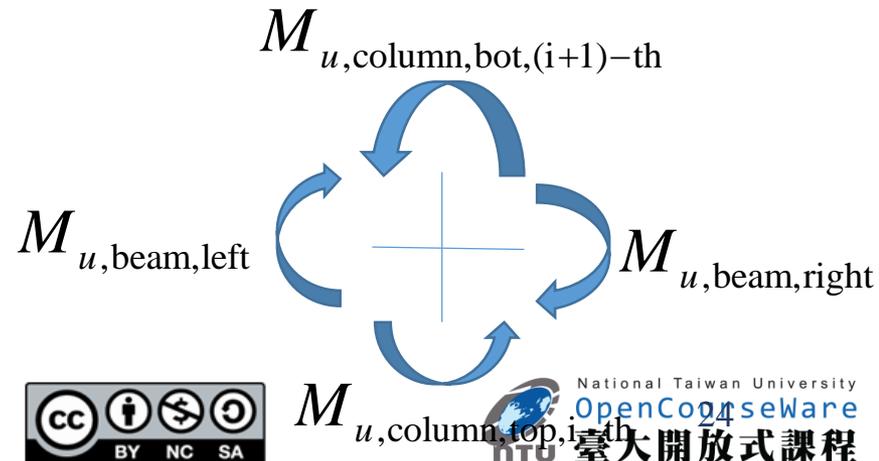
求B點柱端放大後的彎矩

- 由於梁柱接點B僅有一根梁和一根柱，為方便手算不考慮剛性接頭，故B端的柱彎矩同梁B端的彎矩

$$M_{e,B} = \frac{M_{pr,beam}}{M_{u,beam}} \times M_{u,column,B} = M_{pr,beam}$$



- 實際上，對於一般梁柱接頭，應該考慮不同載重組合下的 M_u



剪力筋設計

求設計剪力

- 對柱端取彎矩平衡，求得考慮韌性設計下的剪力需求：

$$V_e = \frac{M_{e,A} + M_{e,B}}{\ell_n} = \frac{27.65 + 16.30}{3 - 0.45} = 17.24tf$$

- 與先前求出各個載重組合下最大的剪力值比較，取大值來設計剪力強度

$$V_{demand,AB} = \max(V_e, V_u) = \max(17.24, 7.36) = 17.24tf$$

剪力筋設計

圍束區與非圍束區

- 根據RC規範15.5.4.4節，距梁面 l_0 之範圍內，柱斷面有可能發生撓曲降伏，故應視為圍束區， l_0 之計算如下：

$$l_0 \geq \max(h, l_n/6, 45 \text{ cm}) = 45 \text{ (cm)} \quad (1.108)$$

- 取 l_0 為45 (cm)；根據RC規範15.5.5.2節，在圍束區內，因為柱AB： $P_u = 22.79 \text{ tf} > 0.05 f'_c A_g$ ，故混凝土剪力強度可以計入。

$$V_c = 0.53 \left(1 + \frac{N_u}{140 A_g} \right) \sqrt{f'_c} b d = 10.06 \text{ (tf)} \quad (1.109)$$

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{V_{e,AB}}{\phi} - V_c = \frac{17.24}{0.75} - 10.06 = 12.93 \text{ (tf)} \quad (1.110)$$

剪力筋設計

圍束區

- 藉由 A_{sh} 估算箍筋面積需求

$$A_{sh} = \frac{V_s s}{f_{yt} d} = \frac{12930}{4200 \times 28.62} s = 0.108s \quad (1.111)$$

- 根據RC規範15.5.4.1節， A_{sh} 須滿足下式：

$$A_{sh} \geq \begin{cases} 0.3sb \left(\frac{f'_c}{f_{yt}} \right) \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) = 0.476s \quad (\text{governs}) \\ 0.09sb \left(\frac{f'_c}{f_{yt}} \right) = 0.21s \end{cases} \quad (1.112)$$

$$A_g = 35 \times 35 = 1225 \text{ cm}^2 \quad (\text{全斷面積})$$

$$A_{ch} = 27 \times 27 = 729 \text{ cm}^2 \quad (\text{扣除保護層的面積})$$

使用3 - D13

$$\hat{s} = \frac{1.27 \times 3}{0.476} = 8.0 \text{ (cm)}$$

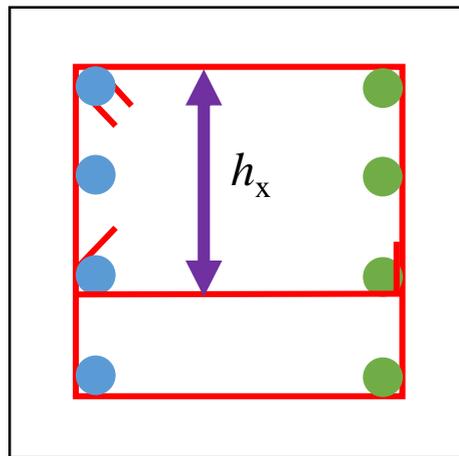
剪力筋設計

圍束區

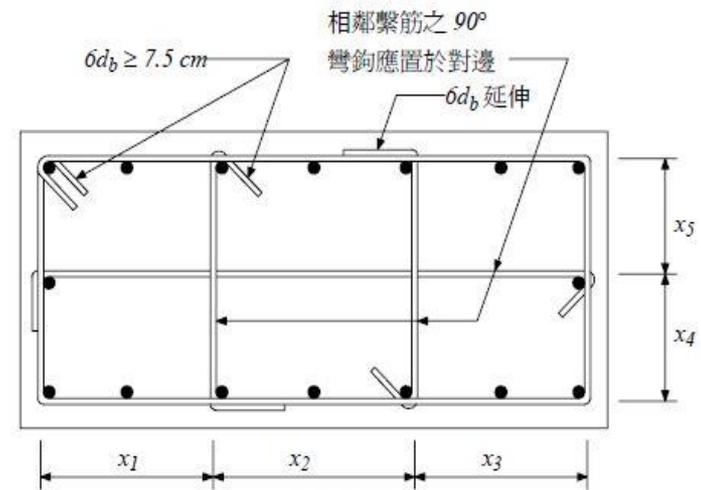
- S_0 規定：

$$s_0 = \min\left(10 + \frac{35 - h_x}{3}, 15 \text{ cm}\right) = 15 \text{ cm} \quad (1.115)$$

- h_x 為相鄰箍筋或繫筋之中心間距之最大值(圖1-41)，RC 規範15.5.4.3節規定 h_x 需小於35 (cm)， h_x 可以下式粗算之



$$\begin{aligned} h_x &= 2s_c + d_b \\ &= 2 \times 7.41 + 2.22 \\ &= 17.04 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



x_i ：不得超過 35 cm

$$h_x = \text{Max}\{x_i\}$$

圖1-41 h_x 示意圖 (圖片來源: 混凝土結構設計規範)

剪力筋設計

圍束區

- 故圍束區箍筋間距取 8 公分

$$\begin{aligned} s &\leq \min(h/4, 6d_b, s_0, \hat{s}) \\ &= \min\left(\frac{35}{4}, 6 \times 2.22, 15, 8\right) = 8 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

剪力筋設計

非圍束區

$$\hat{s} = \frac{3.81}{0.108} = 35.28 \text{ (cm)} \quad (1.117)$$

- 根據RC規範15.5.4.6節之規定，箍筋間距應滿足下式：

$$s \leq \min(6d_b, 15 \text{ cm}) = 13.32 \text{ (cm)} \quad (1.118)$$

- 非圍束區箍筋間距 $s = 10$ 公分

細部設計

全桿件主筋配置

- 根據RC規範15.6.4.1節，具90°標準彎鉤受拉鋼筋之伸展長度 l_{dh} 為：

$$l_{dh} = \max \left(\frac{0.06 f_y d_b}{\sqrt{f'_c}}, 8d_b, 15 \text{ cm} \right) = 33.43 \text{ (cm)} \quad (1.135)$$

90°彎鉤之彎曲半徑為 $3d_b$ (6.66 cm，可參考RC規範5.6節)，且彎曲後之直線段應再延伸 $12d_b$ (26.64 cm，可參考RC規範5.6節)，如圖1-42。

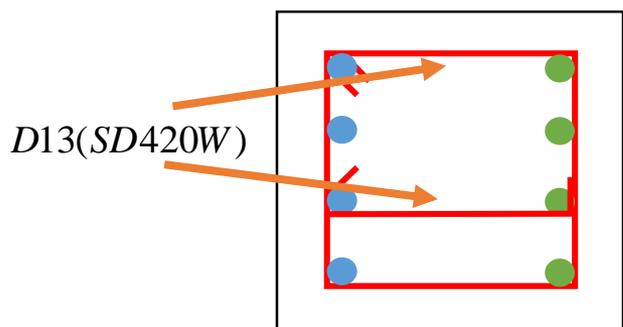


圖1-44 AB柱斷面配筋圖

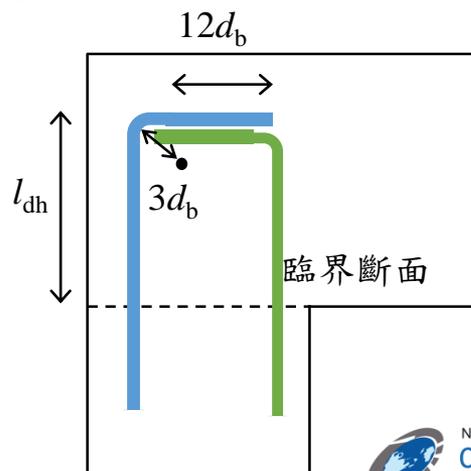


圖1-42 主筋之伸展長度



細部設計

全桿件箍筋配置

箍筋使用D13 SD420W，根據RC規範15.4.3.2節，第一根箍筋需距離梁面5 (cm) 且柱端圍束區之箍筋間距 s_a 為8(cm)，因此柱端圍束區配置箍筋之位置為距梁面5 cm、13 cm、21 cm、29cm、37cm、45 cm，共6根，因為一根柱有兩個柱端圍束區，因此柱端圍束區總共需配置12根箍筋。非圍束區之箍筋間距 s_b 為10 (cm)，因此非圍束區配置箍筋之位置為距梁面55 cm、65 cm、...、135 cm，共9根，由於對稱，因此非圍束區總共需配置17根箍筋，將箍筋之配置繪於圖1-43，並將柱斷面配筋畫於圖1-44。

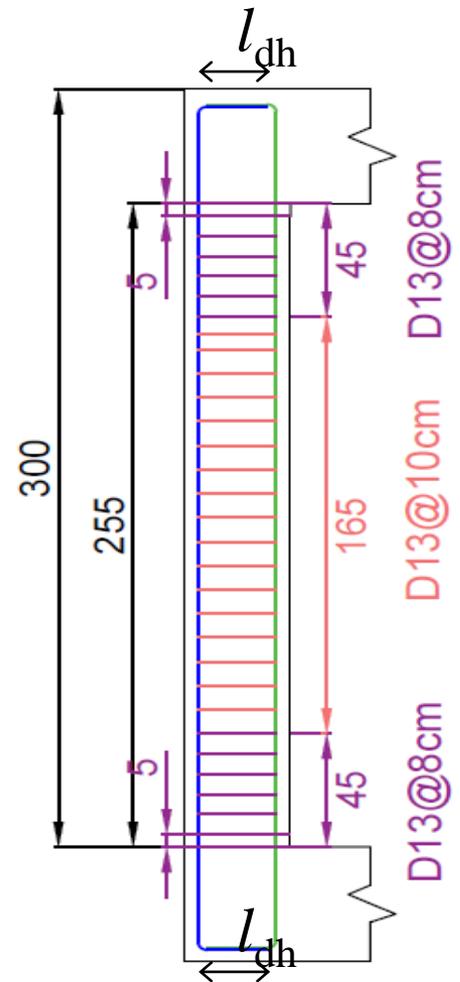
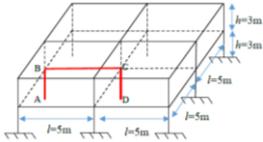
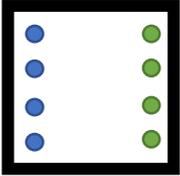
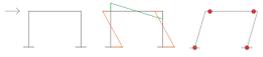
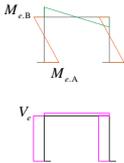
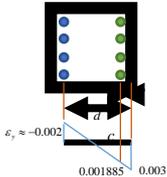
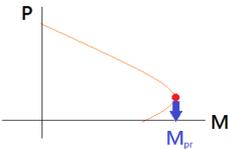
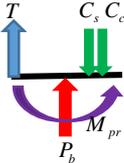


圖1-43 AB柱之箍筋配置

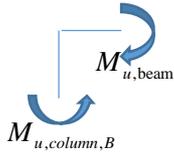
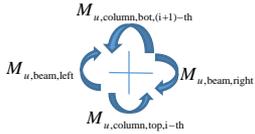
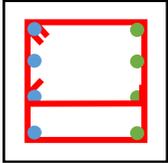
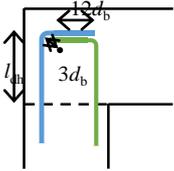
版權聲明

頁碼	作品	授權條件	來源/作者
2			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議
3,4			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議
17			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議
18			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議

版權聲明

頁碼	作品	授權條件	來源/作者
19			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議
20			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議
20			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議
21,22			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議

版權聲明

頁碼	作品	授權條件	來源/作者
24			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議
24			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議
28,31			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議
31			作者：鍾立來 本作品採用創用CC「姓名標示-非商業式-相同方式分享」3.0台灣許可協議

