邏輯作業(Unit 11)

系級：_____

姓名：_____

學號：_____

日期：_____

請以真值樹系統證明下列語法序列是否有效，若為無效論證，請顯示其反例結構。

1. $(\forall x)(Mx \rightarrow \neg Px), (\forall x)(Sx \rightarrow Mx) \vdash (\forall x)(Sx \rightarrow \neg Px)$

2. $(\forall x)(Px \rightarrow Mx), (\forall x)(Mx \rightarrow \neg Sx) \vdash (\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$

3. $(\forall x)(Px \rightarrow \neg Mx), (\exists x)(Mx \wedge Sx) \vdash (\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$

4. $(\forall x)(Px \rightarrow \neg Mx), (\exists x)(Sx \wedge \neg Mx) \vdash (\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$

5. $(\forall x)(Mx \rightarrow Px), (\exists x)(Mx \wedge Sx) \vdash (\exists x)(Sx \wedge Px)$

6. $(\exists x)\neg Mx \rightarrow (\exists x)Lxx, (\forall x)\neg Lxx \vdash (\exists x)(\neg Lxx \wedge Mx)$

7. $(\exists x)(\forall y)(Pxy \rightarrow Qxy), (\forall x)(\exists y)\neg Qxy \vdash (\exists x)(\exists y)\neg Pxy$

8. $(\exists x)(Ax \wedge (\forall y)Bxy) \vdash (\forall x)(\forall y)(Ax \rightarrow Bxy)$

邏輯作業(Unit 11)

解答

系級：_____

姓名：_____

學號：_____

日期：_____

請以真值樹系統證明下列語法序列是否有效，若為無效論證，請顯示其反例結構。

1. $(\forall x)(Mx \rightarrow \neg Px), (\forall x)(Sx \rightarrow Mx) \vdash (\forall x)(Sx \rightarrow \neg Px)$

$(\forall x)(Mx \rightarrow \neg Px)$

$(\forall x)(Sx \rightarrow Mx)$

$\neg(\forall x)(Sx \rightarrow \neg Px)$ √

$(\exists x)\neg(Sx \rightarrow \neg Px)$ √

$\neg(Sa \rightarrow \neg Pa)$ √

Sa

$\neg\neg Pa$ √

Pa

$(Sa \rightarrow Ma)$ √

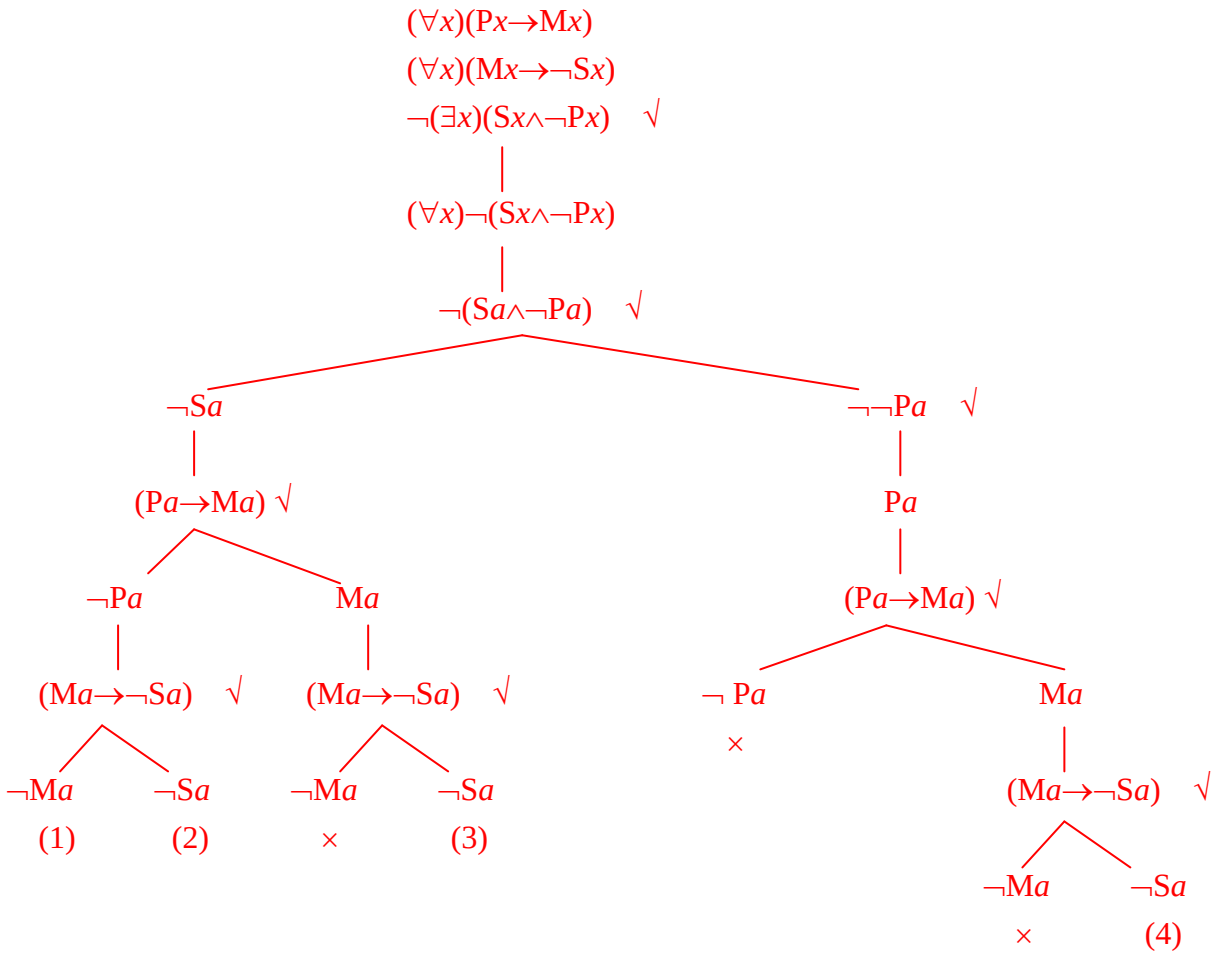
$\neg Sa$ ×　　Ma

$(Ma \rightarrow \neg Pa)$ √

$\neg Ma$ ×　　$\neg Pa$ ×

有效論證

2. $(\forall x)(Px \rightarrow Mx), (\forall x)(Mx \rightarrow \neg Sx) \vdash (\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$



無效論證　　反例結構：Domain:{a}

Pa	Ma	Sa	
F	F	F	根據分枝(1)或(2)
F	T	F	根據分枝(2)或(3)
T	T	F	根據分枝(4)

3. $(\forall x)(Px \rightarrow \neg Mx), (\exists x)(Mx \wedge Sx) \vdash (\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$

$(\forall x)(Px \rightarrow \neg Mx)$

$(\exists x)(Mx \wedge Sx)$ √

$\neg(\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$ √

$(\forall x)\neg(Sx \wedge \neg Px)$

$(Ma \wedge Sa)$ √

Ma

Sa

$(Pa \rightarrow \neg Ma)$ √

$\neg Pa$ | $\neg Ma$ ×

$\neg(Sa \wedge \neg Pa)$ √

$\neg Sa$ × | $\neg\neg Pa$

Pa ×

有效論證

4. $(\forall x)(Px \rightarrow \neg Mx), (\exists x)(Sx \wedge \neg Mx) \vdash (\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$

$(\forall x)(Px \rightarrow \neg Mx)$

$(\exists x)(Sx \wedge \neg Mx)$ √

$\neg(\exists x)(Sx \wedge \neg Px)$ √

$(\forall x)\neg(Sx \wedge \neg Px)$

$(Sa \wedge \neg Ma)$ √

Sa

$\neg Ma$

$\neg(Sa \wedge \neg Pa)$ √

$\neg Sa$ ×

$\neg\neg Pa$ √

Pa

$(Pa \rightarrow \neg Ma)$ √

$\neg Pa$ ×

$\neg Ma$

無效論證　　反例結構： Domain:$\{a\}$

Pa	Ma	Sa
T	F	T

5. $(\forall x)(Mx \rightarrow Px), (\exists x)(Mx \wedge Sx) \vdash (\exists x)(Sx \wedge Px)$

$(\forall x)(Mx \rightarrow Px)$

$(\exists x)(Mx \wedge Sx)$

$\neg(\exists x)(Sx \wedge Px)$ √

$(\forall x)\neg(Sx \wedge Px)$

$(Ma \wedge Sa)$ √

Ma

Sa

$(Ma \rightarrow Pa)$ √

$\neg Ma$ ×

Pa

$\neg(Sa \wedge Pa)$ √

$\neg Sa$ ×

$\neg Pa$ ×

有效論證

6. $(\exists x)\neg Mx \rightarrow (\exists x)Lxx, (\forall x)\neg Lxx \vdash (\exists x)(\neg Lxx \wedge Mx)$

$(\exists x)\neg Mx \rightarrow (\exists x)Lxx$ √

$(\forall x)\neg Lxx$

$\neg(\exists x)(\neg Lxx \wedge Mx)$ √

$(\forall x)\neg(\neg Lxx \wedge Mx)$ √

$(\forall x)(\neg\neg Lxx \vee \neg Mx)$ √

$(\forall x)(\ Lxx \vee \neg Mx)$

$\neg(\exists x)\neg Mx$	√	$(\exists x)Lxx$
$(\forall x)\neg\neg Mx$	√	$La\,a$
$(\forall x)\ Mx$		$\neg La\,a$
		×
Ma		
$La\,a \vee \neg Ma$		
$La\,a$		Ma
$\neg La\,a$		×
×		

有效論證

7. $(\exists x)(\forall y)(Pxy \rightarrow Qxy), (\forall x)(\exists y)\neg Qxy \vdash (\exists x)(\exists y)\neg Pxy$

$(\exists x)(\forall y)(Pxy \rightarrow Qxy)$ √

$(\forall x)(\exists y)\neg Qxy$

$\neg(\exists x)(\exists y)\neg Pxy$ √

$(\forall x)\neg(\exists y)\neg Pxy$ √

$(\forall x)(\forall y)\neg\neg Pxy$

$(\forall y)(Pay \rightarrow Qay)$

$(\exists y)\neg Qay$ √

$\neg Qab$

$(Pab \rightarrow Qab)$ √

$\neg Pab$ | Qab ×

$(\forall y)\neg\neg Pay$

$\neg\neg Pab$

×

有效論證

8. $(\exists x)(Ax\wedge(\forall y)Bxy) \vdash (\forall x)(\forall y)(Ax\rightarrow Bxy)$

$(\exists x)(Ax\wedge(\forall y)Bxy)$ √

$\neg(\forall x)(\forall y)(Ax\rightarrow Bxy)$ √

$(\exists x)\neg(\forall y)(Ax\rightarrow Bxy)$ √

$(\exists x)(\exists y)\neg(Ax\rightarrow Bxy)$ √

$(\exists y)\neg(Aa\rightarrow Bay)$ √

$\neg(Aa\rightarrow Bab)$ √

Aa

$\neg Bab$

$Ac\wedge(\forall y)Bcy$ √

Ac

$(\forall y)Bcy$

Bca

Bcb

Bcc

無效論證　　反例結構：　Domain: $\{a, b, c\}$

$Ax : \{a, c\}$

$Bxy : \{(c, a), (c, b), (c, c)\}$

$\neg Bxy : \{(a, b)\}$